

Econometria 1

(prof. Matteo Manera)

Esame del 20 Febbraio 2006

Avete **due ore** per rispondere a **tutte** le domande riportate qui di seguito. Le domande all'interno del medesimo gruppo hanno lo stesso valore.

Gruppo 1 (60 punti)

1) Considerate il modello di regressione lineare classico:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + \beta_4 (X_{t2} - X_{t3}) + \beta_5 X_{t5} + u_t \quad (1)$$

$t=1, \dots, T$. **I**) Spiegate quali parametri del modello (1) possono essere stimati con OLS. **II**) Spiegate, servendovi di un esempio, la distinzione tra multicollinearità perfetta e multicollinearità quasi-perfetta.

2) Considerate le equazioni:

$$\log Y_i = \beta_1 + \beta_2 \log W_i + \beta_3 S_i + u_i \quad (2)$$

$$\log(Y_i/W_i) = \gamma_1 + \gamma_2 \log W_i + \gamma_3 S_i + u_i \quad (3)$$

$i=1, \dots, N$. La variabile Y_i indica il reddito annuale dell'individuo i -esimo, W_i è il numero di settimane lavorate dall'individuo i -esimo, mentre S_i è il numero di anni di studio dell'individuo i -esimo. **I**) Lo stimatore OLS è definito come la soluzione della minimizzazione dei termini di errore al quadrato. Scrivete tale minimizzazione nel caso delle equazioni (2) e (3). **II**) Dimostrate che la stima OLS delle equazioni (2) e (3) produce i seguenti risultati: $\hat{\gamma}_1 = \hat{\beta}_1$; $\hat{\gamma}_3 = \hat{\beta}_3$; $\hat{\gamma}_2 = (\hat{\beta}_2 - 1)$. **III**) Dimostrate che i residui delle regressioni (2) e (3) sono identici.

3) Considerate le equazioni:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad (4)$$

$$Y_t - \bar{Y} = \beta (X_t - \bar{X}) + u_t \quad (5)$$

$t=1, \dots, T$, dove \bar{Y} e \bar{X} sono le medie campionarie di Y e X . **I**) Derivate l'espressione dello stimatore OLS $\hat{\beta}$ nell'equazione (4). **II**) Sotto quali condizioni R^2 della regressione (4) può assumere i valori 0 oppure 1? **III**) Dimostrate che l'espressione di $\hat{\beta}$ di cui al punto I) è identica all'espressione di $\hat{\beta}$ ricavabile dalla stima OLS del modello (5).

Gruppo 2 (40 punti)

Un ricercatore ha stimato con OLS il seguente modello:

$$\hat{Y}_t = 2.417 + 0.724 X_t \quad (6)$$

(0.702) (0.081)

Il modello (6) è stato stimato su dati **trimestrali**, dal 1963 (primo trimestre) al 1972 (quarto trimestre) compresi. Tra parentesi sono riportati i valori degli errori standard. La Residual Sum of Squares (RSS) è pari a 137.21, mentre il valore di R^2 è pari a 0.678.

a) Senza servirvi della tavole statistiche, spiegate quali coefficienti della regressione (6) sono statisticamente significativi al 5%.

b) Calcolate la deviazione standard della variabile dipendente.

Il ricercatore ritiene che la relazione tra Y e X non sia costante nel tempo e stima la seguente regressione:

$$\hat{Y}_t = 1.932 - 0.044 X_t + 0.024 X_t \cdot t \quad (7)$$

(0.719) (0.028) (0.017)

dove $t=1, \dots, T$ è un trend lineare che parte dal secondo trimestre del 1960.

c) Che tipo di evidenza empirica fornisce la regressione (7) circa la variazione nel tempo della relazione tra Y e X ?

Il ricercatore stima due ulteriori regressioni di tipo (6) sui due sottoperiodi 1963 (primo trimestre) - 1966 (terzo trimestre) e 1966 (quarto trimestre) - 1972 (quarto trimestre). Il primo sottoperiodo produce una RSS pari a 33.04, mentre il secondo sottocampione consente di ottenere una RSS uguale a 68.19.

d) Testate l'ipotesi di instabilità dei parametri tra il terzo e il quarto trimestre del 1966.

e) Confrontate i risultati ottenuti al punto **d)** con i vostri commenti relativi alla domanda **c)**. Potete dire qualcosa di più preciso circa la qualità della relazione tra Y e X ?