

**Università degli Studi di Milano-Bicocca**  
**Facoltà di Scienze Statistiche**  
**Corso di Laurea Triennale in Scienze Statistiche ed Economiche**  
**Anno Accademico 2002-2003**

**Econometria 1**  
(prof. Matteo Manera)

Esame del 18 Febbraio 2003

Avete **due ore** di tempo per rispondere a **tutte** le seguenti domande. Le domande all'interno di ciascun gruppo hanno uguale valore. Siate brevi ma precisi.

**Gruppo 1 (60 punti)**

- 1) Dato il modello di regressione lineare  $y = X\mathbf{b} + \mathbf{u}$ , dove  $\mathbf{u}$  sono termini di errore che soddisfano le ipotesi classiche e  $X$  è una matrice non stocastica di variabili esplicative, i  $k$  parametri  $\mathbf{b}$  sono soggetti a  $j < k$  restrizioni di esclusione. Discutete le proprietà teoriche dello stimatore Minimi Quadrati Vincolati.
- 2) Un ricercatore vorrebbe stimare il seguente modello:  $y_{ij} = \mathbf{a} + \mathbf{b}x_{ij} + u_{ij}$ , dove il doppio indice  $(i, j)$  si riferisce alla  $i$ -esima impresa appartenente al  $j$ -esimo settore ( $i=1, \dots, n_j$  e  $j=1, \dots, J$ ). Purtroppo i dati a disposizione gli consentono di stimare solo la seguente regressione:  $y_{*j} = \mathbf{a} + \mathbf{b}x_{*j} + u_{*j}$ , dove il doppio indice  $(*j)$  ora indica una media aritmetica rispetto a  $i=1, \dots, n_j$ , cioè  $y_{*j} = (1/n_j)\mathbf{S}_i y_{ij}$ ,  $x_{*j} = (1/n_j)\mathbf{S}_i x_{ij}$  e  $u_{*j} = (1/n_j)\mathbf{S}_i u_{ij}$ . Dimostrate che i termini di errore  $u_{*j}$  sono eteroschedastici. Individuate la trasformazione da utilizzare sul modello di partenza per ottenere termini di errore trasformati che siano omoschedastici.
- 3) Un ricercatore deve stimare il seguente modello di capitale umano:  $y_i = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 a_i + \mathbf{b}_3 g_i + \mathbf{b}_4 m_i^* + u_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , dove  $y_i$  è il reddito,  $a_i$  l'età,  $g_i$  il genere e  $m_i^*$  la vera abilità dell' $i$ -esimo individuo. Valgono le seguenti ipotesi: i)  $u_i$  è un termine di errore classico; ii) i regressori  $a_i$ ,  $g_i$  e  $m_i^*$  sono non stocastici; iii) la variabile  $m_i^*$  non è osservata dal ricercatore; iv) il ricercatore osserva solo  $m_i = m_i^* + v_i$ , dove  $v_i$  è un termine di errore classico e non correlato con  $u_i$ . Dimostrate che la variabile  $m_i$  è correlata con  $u_i$ . In questo caso il ricercatore farebbe bene a utilizzare i Minimi Quadrati Ordinari? Motivate la risposta.

**Gruppo 2 (40 punti)**

Un ricercatore stima con OLS il modello di regressione lineare  $y_t = \underset{(5.12)}{3.45} - \underset{(0.02)}{0.58}x_t + \underset{(0.35)}{1.43}z_t + \hat{u}_t$ ,  $t=1, \dots, T=100$ . Tra parentesi vengono riportati gli standard errors. Inoltre,  $\hat{\mathbf{S}}^2 = 1.18$  e  $TSS = 342$ .

- 1) Calcolate il valore assunto da  $R^2$ , indicando chiaramente il procedimento seguito.
- 2) Calcolate il test F per "zero slopes", indicando chiaramente il procedimento seguito, l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa. Se il p-value associato a tale test fosse pari a 0.00, quale decisione prendereste sull'ipotesi nulla?

La regressione ausiliaria  $\hat{u}_t = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 x_t + \mathbf{b}_3 z_t + \mathbf{f}_1 \hat{u}_{t-1} + \mathbf{f}_2 \hat{u}_{t-2} + \mathbf{h}_t$  produce un valore di  $R^2$  pari a 0.10. Sulla base di tali informazioni:

- 3) Calcolate un test dell'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione di ordine 2 nei termini di errore  $u_t$ , indicando chiaramente ipotesi nulla, alternativa e distribuzione del test.
- 4) Se il p-value associato a tale test fosse pari a 0.01, quale decisione prendereste sull'ipotesi nulla?
- 5) Che implicazioni ha la risposta alla domanda precedente circa l'adeguatezza statistica della regressione stimata dal ricercatore?