

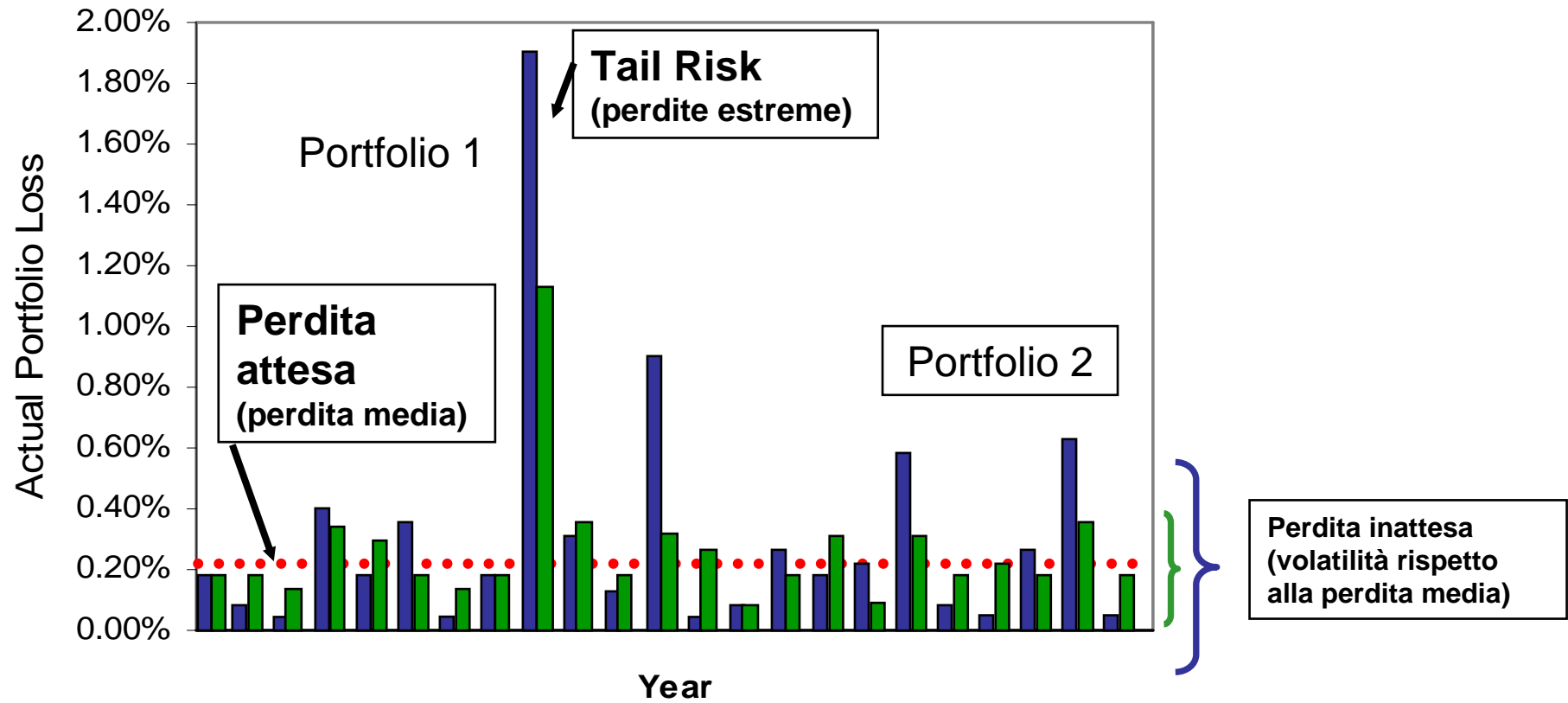
Università Bicocca - Milano
Anno Accademico 2007 / 2008

Modelli di portafoglio

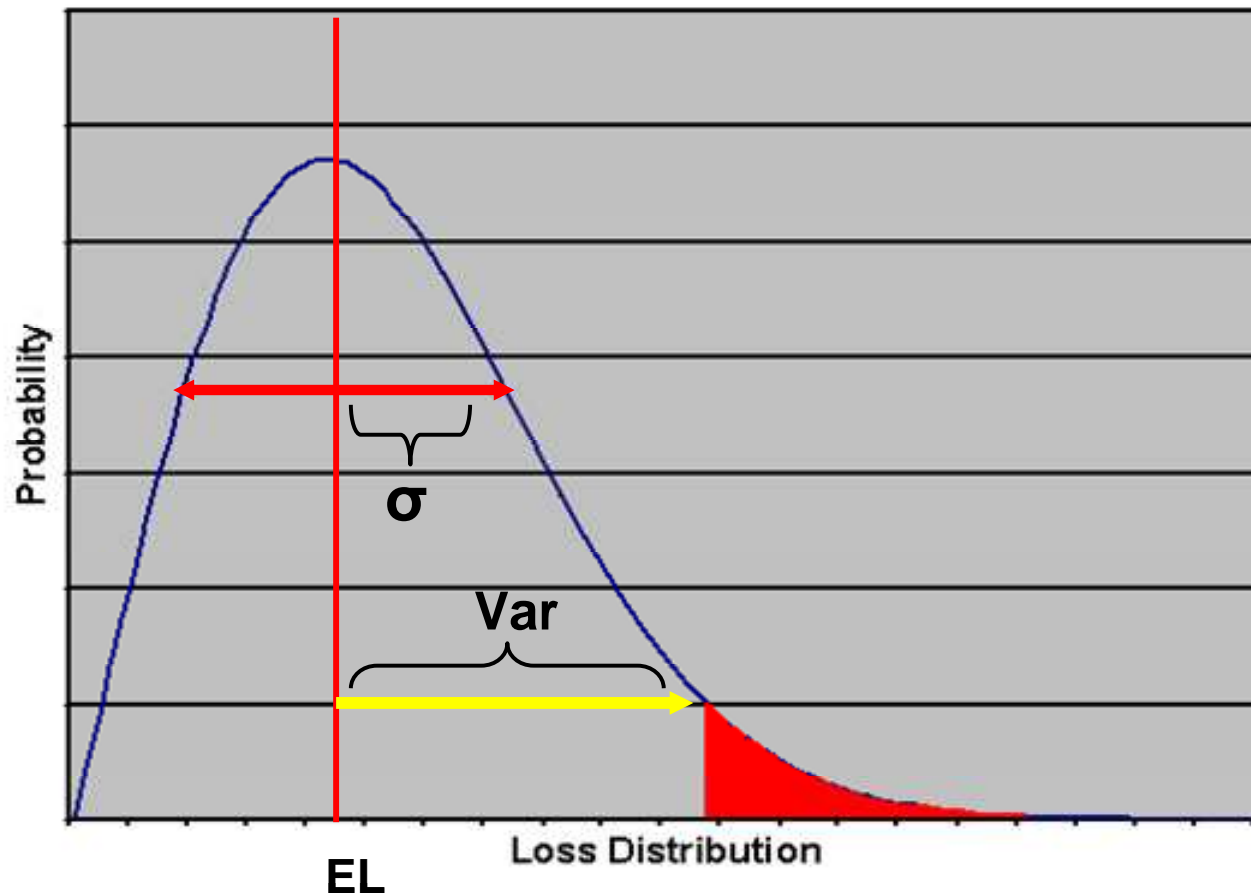
Corso di Risk Management

Milano, 26 Marzo 2008

Perchè stimare EL e UL: un esempio



Perchè stimare EL e UL: distribuzione delle perdite



Possibili soluzioni di stima: modelli principali

❑ **CreditMetrics™**

- ❑ tassi di migrazione (rating),
- ❑ tassi di insolvenza
- ❑ spread rispetto ai rendimenti dei titoli di Stato di soggetti appartenenti a diverse categorie di rating

❑ **CreditPortfolioView™**

- ❑ stima econometrica della relazione dei tassi di insolvenza e di migrazione con il ciclo macroeconomico

❑ **CreditRisk+™**

- ❑ approccio attuariale, in cui si stimano la frequenza degli eventi di insolvenza e la perdita in caso di insolvenza, senza identificare le cause sottostanti il default di un'impresa (a differenza dei modelli strutturali). Vengono aggregate le esposizioni con perdite in caso di insolvenza simili

❑ **PortfolioManager™**

- ❑ Prende spunto dalla logica di CreditMetrics, ma utilizza i concetti di DD e EDF

Scelta dell'orizzonte temporale e del livello di confidenza

❑ Orizzonte temporale

- ❑ Fattore principale è la liquidità del mercato di riferimento della posizione di rischio assunta
- ❑ Altro fattore è il periodo di detenzione della posizione da parte della banca – Holding Period
- ❑ Si tratta di due fattori poco rappresentativi nel settore del credito
- ❑ Convenzione: orizzonte a 1y
 - ❑ periodo pari al tasso di rotazione media del portafoglio
 - ❑ tempo necessario per intervenire su una posizione in presenza di un deterioramento del merito creditizio di una controparte
 - ❑ Coerente con l'orizzonte adottato per la stima delle PD
 - ❑ Coerente con l'orizzonte di allocazione del capitale a fini di budget

❑ Livello di confidenza

- ❑ Credito diverso dai rischi di mercato, dove il livello di confidenza è un puro fattore scalare, in presenza di ipotesi di distribuzione normale a media nulla dei rendimenti di mercato
- ❑ Nel credito la media della distribuzione delle perdite è positiva
- ❑ La distribuzione delle perdite è fortemente asimmetrica
- ❑ Obiettivo di rating target della banca condiziona la scelta del livello di confidenza

Stima del VaR: approccio CreditMetrics

- ❑ Le fasi principali del metodo sono:
 - ❑ Stima del valore di ogni singola esposizione
 - ❑ Adozione di un sistema / scala di rating alle cui classi assegnare le esposizioni in portafoglio
 - ❑ Stima del tasso di recupero
 - ❑ Stima dei valori di mercato delle esposizioni per le diverse classi di rating teoricamente possibili alla fine di ogni anno (curva dei tassi forward zero-coupon per le diverse classi di rating)
 - ❑ Stima della distribuzione delle variazioni del valore di mercato degli asset
 - ❑ Stima di rischio per l'intero portafoglio

CreditMetrics:

valore di mercato di un'esposizione - esempio

- ❑ Titolo obbligazionario di classe BBB con scadenza a 5y, cedola annua al 6%, quotazione iniziale alla pari
 - ❑ Se rimane BBB a 1y: $VM = 6 + (6/(1+4.1\%)) + (6/(1+4.67\%)) + \dots + (106/(1+5.63\%)) = 107.53$
 - ❑ Se passa a BB a 1y: $VM = 6 + (6/(1+5.55\%)) + (6/(1+6.02\%)) + \dots + (106/(1+7.27\%)) = 102.01$
 - ❑ ... la posizione viene rivalutata per tutti gli scenari possibili

- ❑ Utilizzando la matrice di transizione a 1y, a ogni classe di rating si associa la relativa probabilità di migrazione e la variazione del valore di mercato a 1y, calcolata rispetto al valore medio ponderato per la probabilità (differenza tra fwd price e expected price è la perdita attesa del titolo)

- ❑ VaR calcolabile al percentile prescelto sulla base della distribuzione delle variazioni del valore di mercato del titolo

CreditMetrics:

portafoglio con due esposizioni - esempio

- ❑ In ipotesi di indipendenza tra le migrazioni, la probabilità che due titoli restino a 1y nella classe di rating di partenza è data dal prodotto delle probabilità ricavabili dalla matrice di transizione
 - ❑ Es. Per due titoli BB e A: $80.53\% \times 91.05\% = 73.32\%$
- ❑ Considerazione analoga in caso di migrazione verso il default (sottostima del rischio)
- ❑ Problema della stima delle correlazioni: come nel modello di Merton si utilizzano le correlazioni misurate fra i rendimenti degli indici azionari come proxy per la correlazione fra i rendimenti delle attività delle imprese debitorie
- ❑ Data l'ipotesi che la distribuzione congiunta dei rendimenti delle attività delle imprese debitorie sia una normale bivariata, è possibile ricavare la probabilità congiunta delle diverse possibili migrazioni / insolvenza, dato il coefficiente di correlazione dei rendimenti dell'attivo. Si arriva alla determinazione della matrice di transizione congiunta, e quindi alla distribuzione congiunta dei valori delle due esposizioni in portafoglio

CreditMetrics:

generalizzazione a N posizioni

- ❑ L'approccio analitico visto per un portafoglio con due esposizioni non è più praticabile (anche la determinazione dei coefficienti di correlazione per coppie di esposizioni diviene difficile)
- ❑ Per superare il problema nel modello si ipotizza in primo luogo che i rendimenti delle attività delle imprese siano determinati da fattori di rischio comuni, e da fattori idiosincratici (questi ultimi non contribuiscono a determinare la correlazione tra i rendimenti). I rendimenti sono quindi correlati in base a fattori comuni (logica che vediamo poi nel modello MKMV)
- ❑ La seconda soluzione prevede l'utilizzo di tecniche di simulazione MC, per generare gli scenari relativi ai rendimenti delle attività delle controparti
- ❑ Il processo adottato consente di ricavare l'intera distribuzione dei possibili valori di mercato del portafoglio

Dalla UL al VaR

- ❑ Nei passaggi precedenti è stata individuata con modalità diverse la distribuzione dei valori di mercato del portafoglio
- ❑ E' necessario associare alla misura di rischio un livello di confidenza (non basta la variabilità del tasso di perdita)
- ❑ La tecnica di simulazione è una delle ipotesi possibili: essendo la distribuzione delle perdite asimmetrica, una forma funzionale nota potrebbe essere utilizzata per rappresentare il fenomeno, purché coerente con le aspettative – es. distribuzione beta.
- ❑ Nel caso della beta il grado di asimmetria è tanto maggiore quanto minore è il suo valore medio: il fattore moltiplicativo della perdita inattesa è più pronunciato per esposizioni nei confronti di imprese con merito creditizio migliore (soggetti con bassa probabilità di subire perdite elevate e alta probabilità di tassi di perdita vicini a zero)

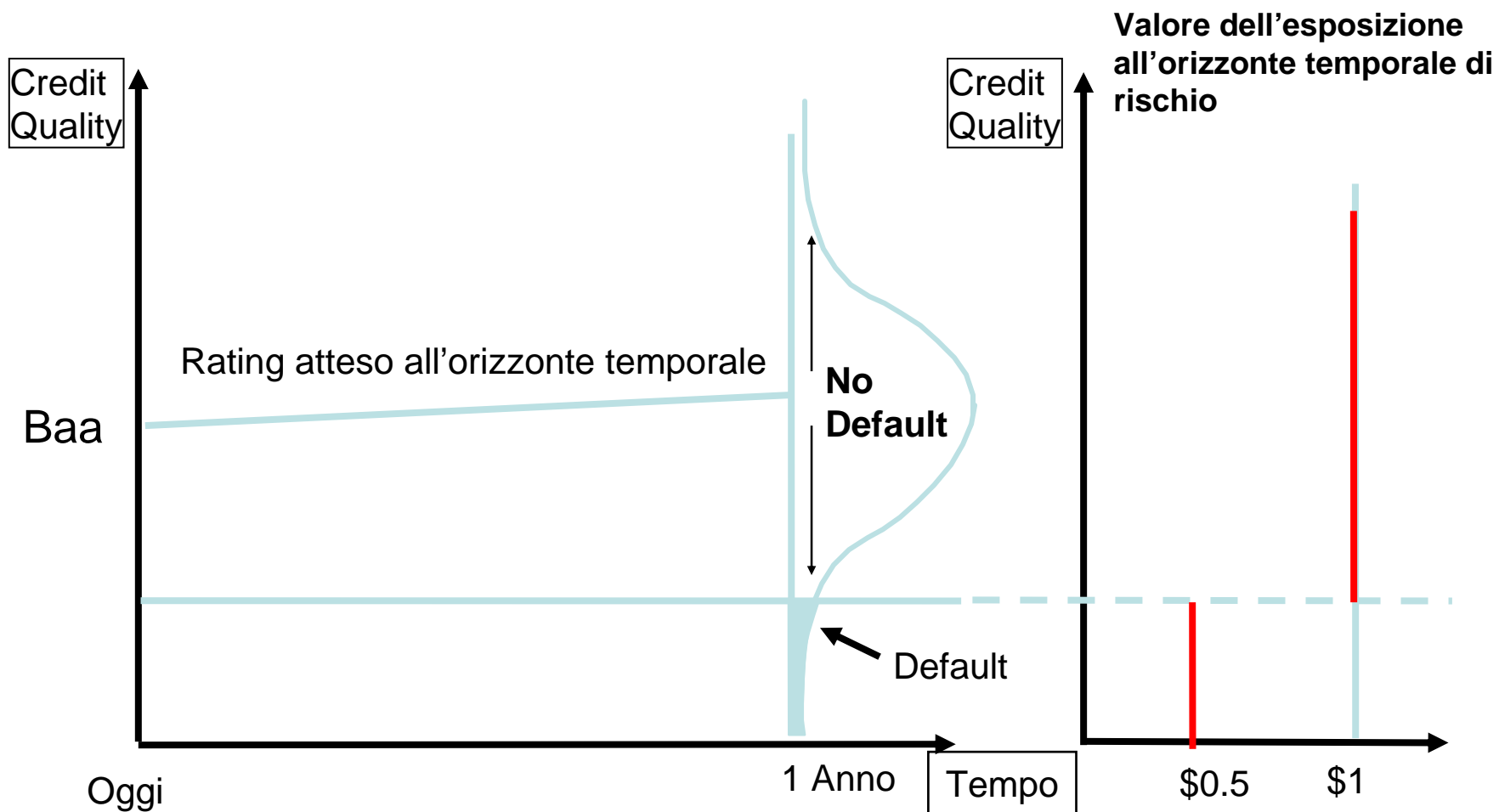
Dal VaR_i al VaR_p

- ❑ Dal VaR dell'esposizione individuale si passa al VaR diversificato della stessa, ovvero al contributo dell'esposizione in termini di rischio al portafoglio complessivo
- ❑ Il VaR diversificato è in genere inferiore a VaR_i , perchè la parte idiosincronica descritta in precedenza viene eliminata grazie alla gestione della diversificazione del portafoglio
- ❑ Il primo passaggio è il calcolo del VaR di portafoglio:
 - ❑ Identificazione fattori sistematici di rischio – composizione geo-settoriale del portafoglio, con ipotesi semplificatrici
 - ❑ Stima rischio delle singole esposizioni
 - ❑ Stima struttura delle correlazioni fra tassi di perdita dei segmenti geo-settoriali
 - ❑ Per ogni segmento geo-settoriale: stima dell'esposizione complessiva a rischio (aggregazione delle EAD, ognuna ponderata per la UL)
 - ❑ Stima del VaR , funzione di UL, $\rho_{i,j}$, EAR_N

Dal VaR_p al Component VaR

- ❑ Stima del VaR diversificato dell'esposizione j-esima, tramite tre variabili rilevanti:
 - ❑ Identificazione dimensione dell'esposizione j-esima – VaR diversificato diminuisce al diminuire della dimensione
 - ❑ Identificazione composizione geo-settoriale del portafoglio – VaR diversificato diminuisce al diminuire della concentrazione nel settore di riferimento
 - ❑ Identificazione struttura delle correlazioni fra tassi di perdita fra segmenti geo-settoriali – VaR diversificato diminuisce quanto minore è la correlazione del tasso di insolvenza del segmento di riferimento rispetto a quello degli altri settori in portafoglio
- ❑ VaR diversificato funzione di EAD_j , UL_j , q_i (quota del portafoglio a rischio nel segmento i-esimo), $\rho_{i,j}$, m_i (vettore di pesi, ognuno dei quali è dato dalla proporzione del rischio di j attribuibile al segmento i-esimo)

Portfolio Manager - valutazione all'orizzonte di rischio: approccio Default – Non Default su singola esposizione

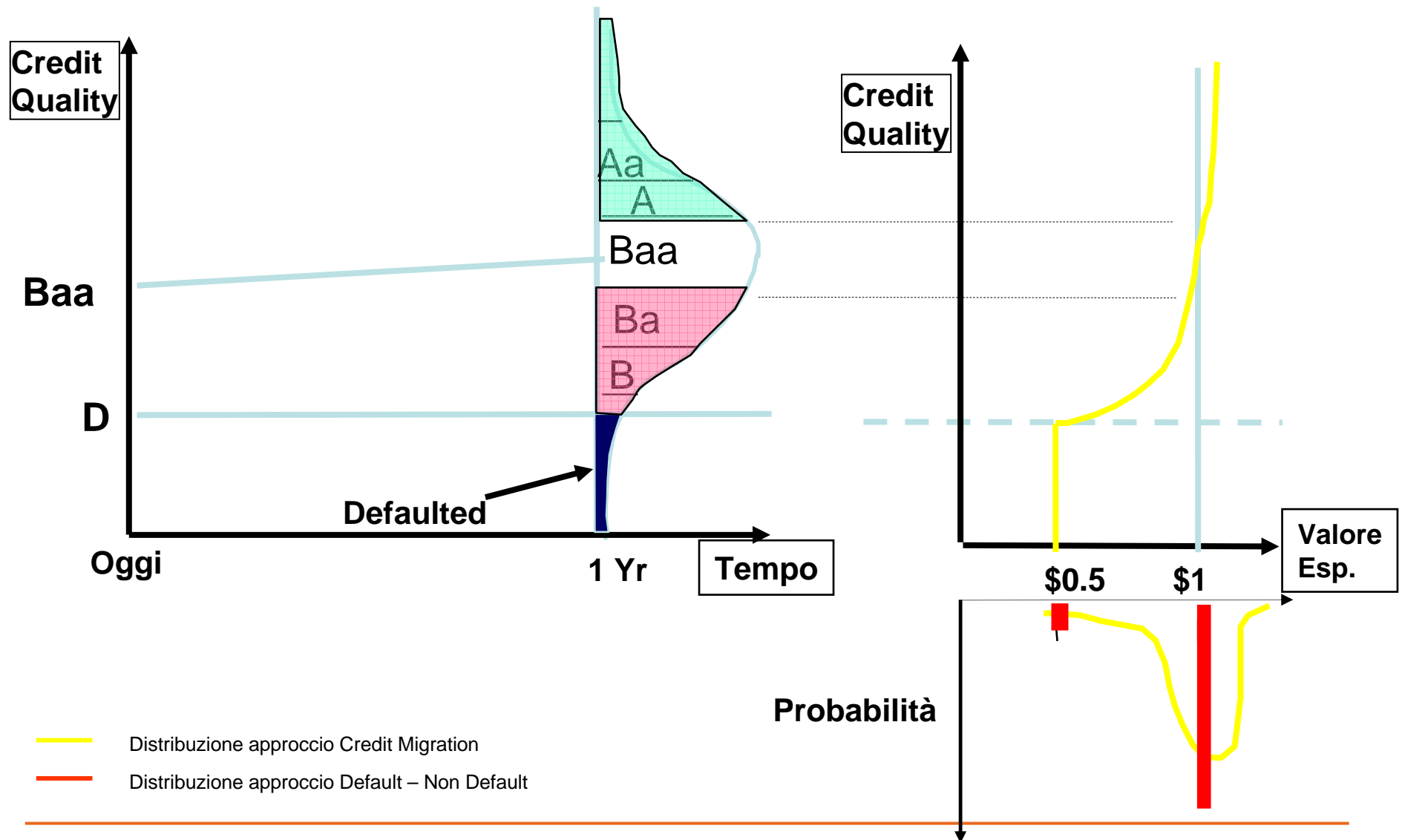


Valori possibili dell'esposizione all'orizzonte temporale di rischio:

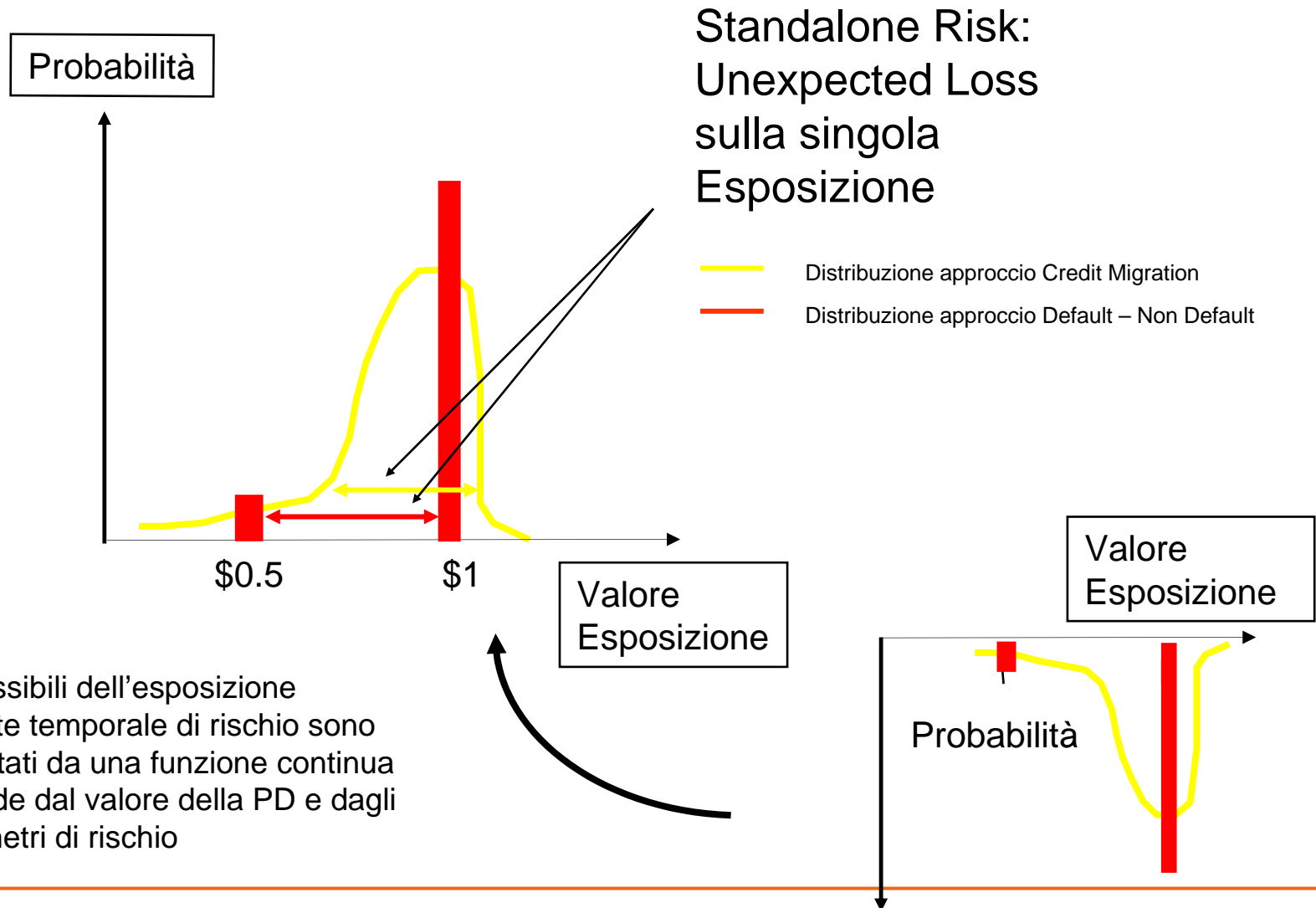
\$1 = valore facciale dell'esposizione nel caso di non default;

\$0.5 = valore di recupero (1-LGD) nel caso di default

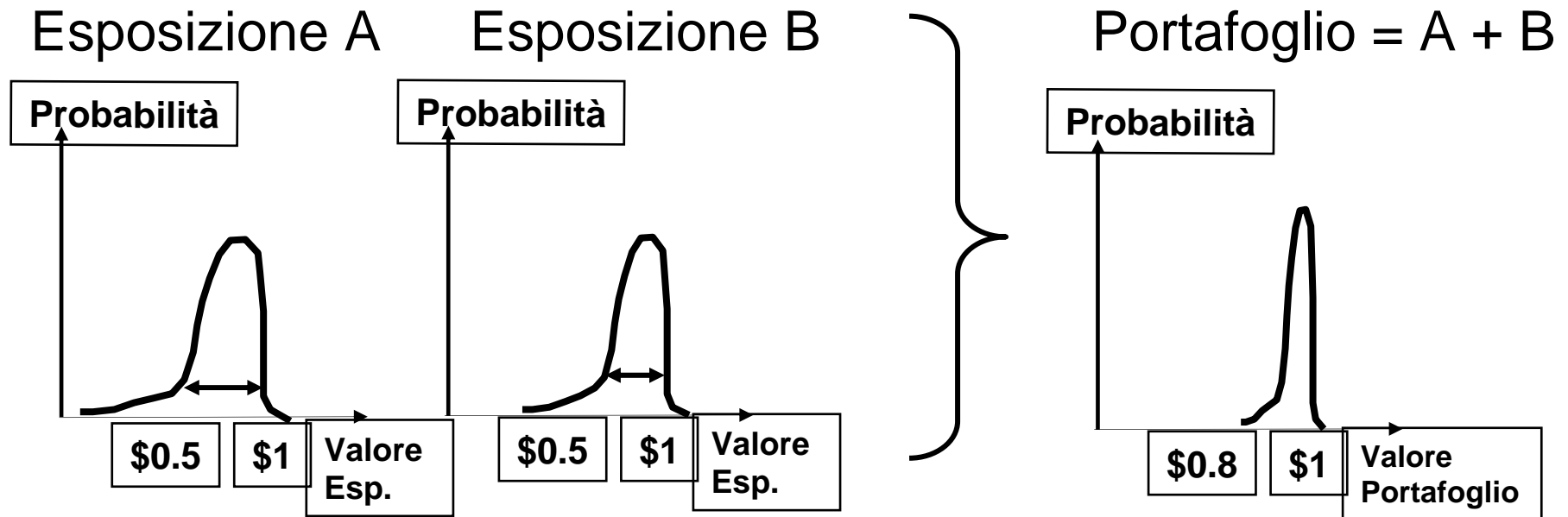
Portfolio Manager - valutazione all'orizzonte di rischio: approccio Credit Migration – singola esposizione



Portfolio Manager - valutazione all'orizzonte di rischio: approccio Credit Migration – singola esposizione



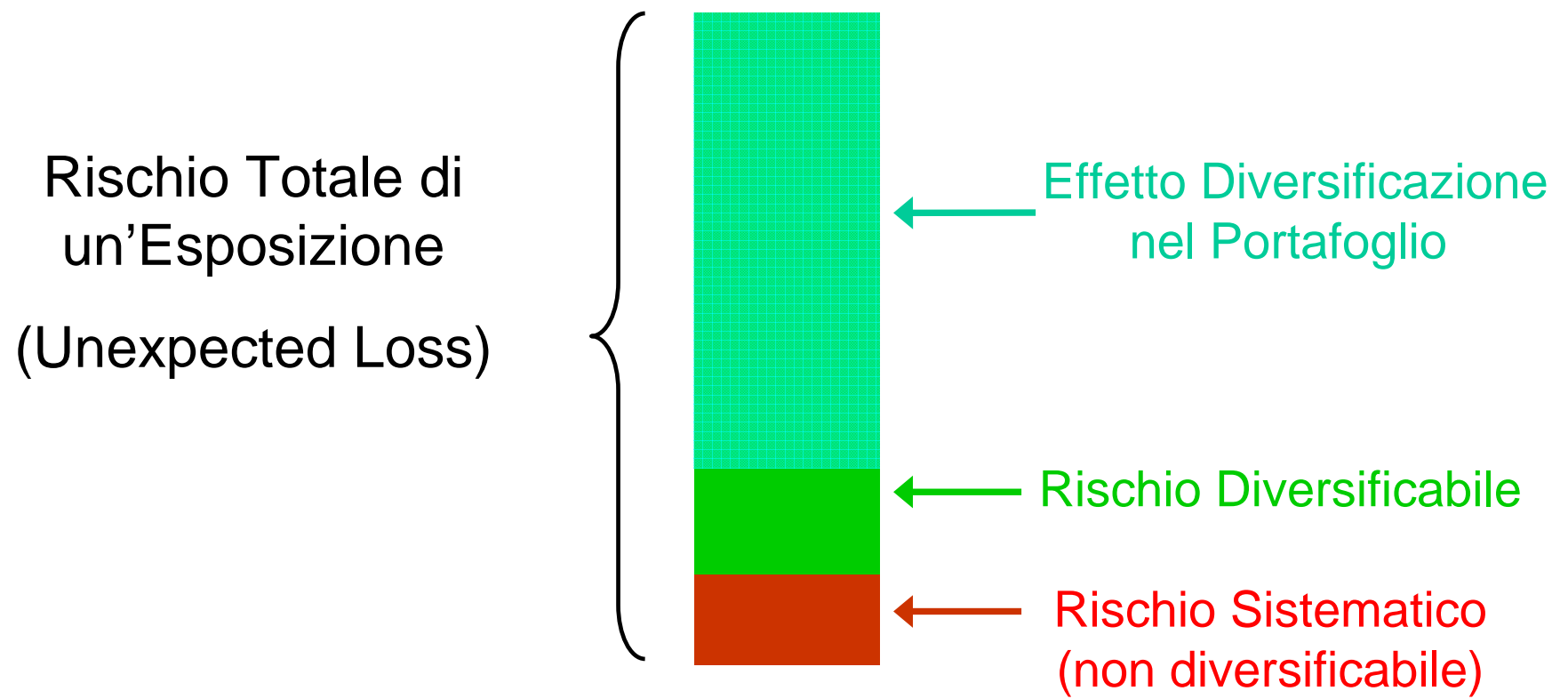
Portfolio Manager - valutazione all'orizzonte di rischio: approccio Credit Migration in un portafoglio



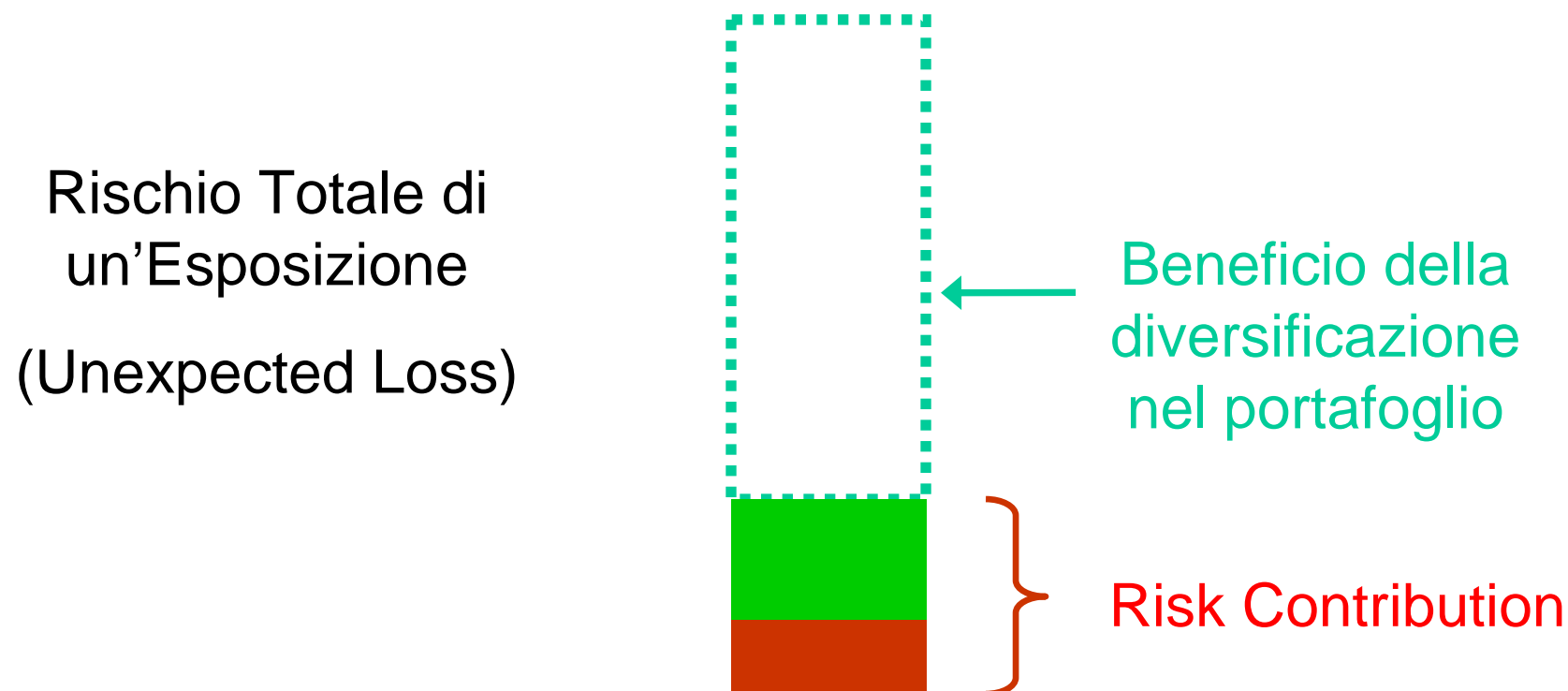
I valori delle esposizioni all'interno di un portafoglio sono meno variabili per effetto della diversificazione.

La diversificazione dipende dalla correlazione fra A e B e determina un beneficio in termini di variabilità se $\rho_{A,B} < 1$

Diversificazione del rischio in un portafoglio: rischio di credito



Diversificazione del rischio in un portafoglio: rischio di credito

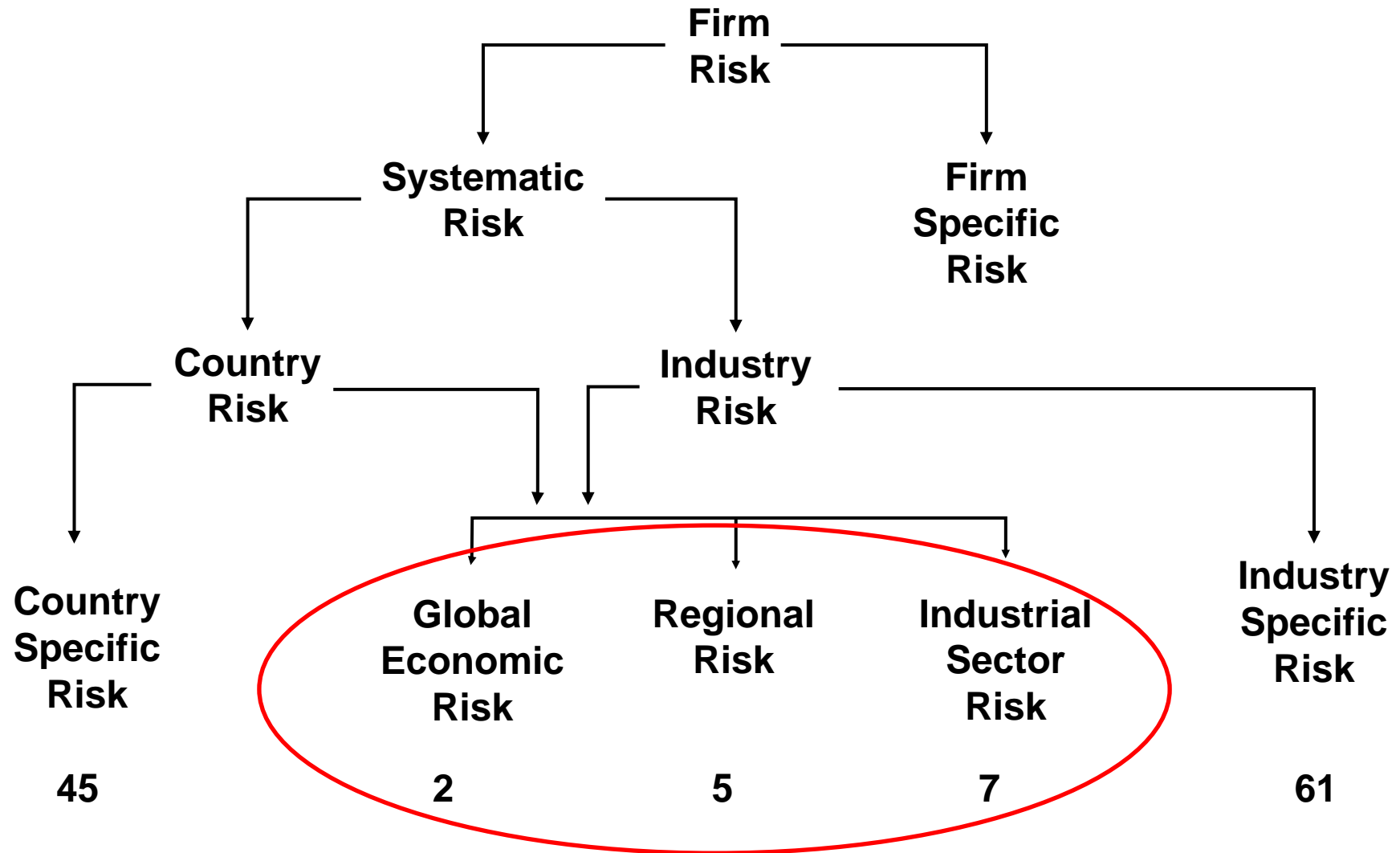


La Risk Contribution (RC) rappresenta il contributo di una singola esposizione alla standard deviation del portafoglio. La somma delle singole RC_i è pari alla standard deviation del portafoglio:

$$\sum w_i * RC_i = stdev_p \text{ dove } w_i \text{ è il peso dell}'i\text{-esima esposizione del portafoglio}$$

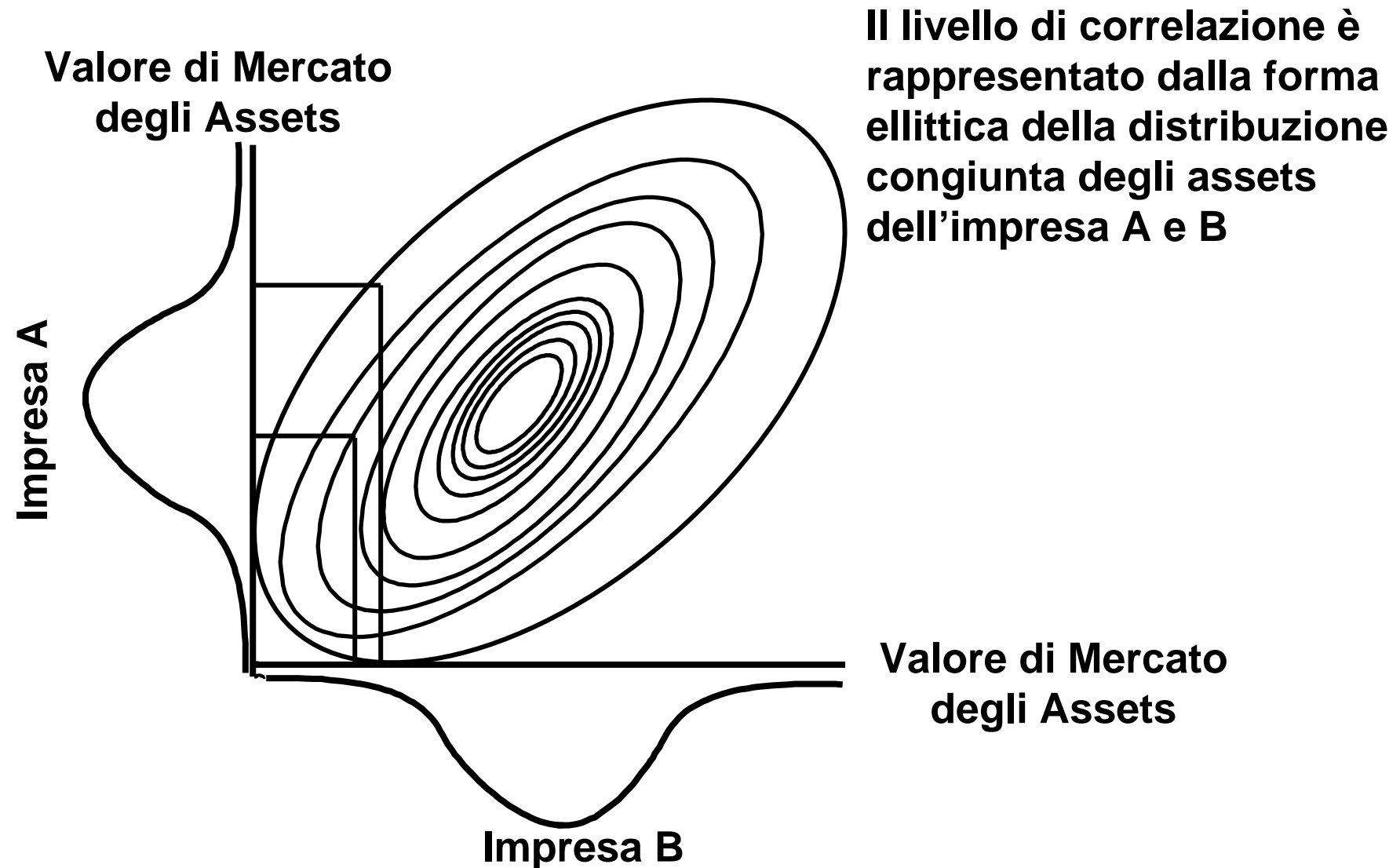
E' possibile ridurre la RC fino alla sola quota di rischio sistematico (caso di perfetta diversificazione - area rossa della RC) ottimizzando il portafoglio attraverso una gestione attiva degli assets del portafoglio.

Modello Multi-Fattoriale di MKMV: Modello di Asset Correlation



Modello Multi-Fattoriale di MKMV:

Modello di Asset Correlation – Distribuzione congiunta degli Assets



Modello Multi-Fattoriale di MKMV: Modello di Asset Correlation

Formula per il calcolo del rendimento degli assets dell'impresa k

$$r_k = \beta_k \phi_k + \varepsilon_k = \sum_{f=1}^{14} \beta_{kf} r_f + \sum_{c=1}^{45} \beta_{kc} \varepsilon_c + \sum_{i=1}^{61} \beta_{ki} \varepsilon_i + \varepsilon_k$$

$$\beta_k = \sqrt{R^2} \frac{\sigma_k}{\sigma_{\phi_k}}$$

Formula della correlazione fra l'impresa k e j

$$\rho_{jk} = \frac{\sum_{f=1}^{14} \beta_{jf} \beta_{kf} \sigma_f^2 + \sum_{C=1}^{45} \beta_{jc} \beta_{kc} \sigma_{\varepsilon_c}^2 + \sum_{I=1}^{61} \beta_{ji} \beta_{ki} \sigma_{\varepsilon_i}^2}{\sigma_j \sigma_k}$$

Il rendimento degli assets dipende da 14 fattori comuni, 45 fattori paese e 61 fattori settori industriali.

ESEMPIO DI SIMULAZIONE

**Stima del VaR di un portafoglio crediti con
approccio MKMV PM**