

Probabilità condizionata

1. Si supponga di lanciare due dadi e si considerino i seguenti tre eventi: $A =$ “le due facce dei dadi sono uguali”, $B =$ “la somma delle facce dei due dadi è compresa tra 7 e 10”, $C =$ “il risultato della somma è pari a 2, 7 o 8”. Si dimostri che i tre eventi non sono indipendenti.
2. Sia Ω lo spazio degli eventi formato dalle $3!$ permutazioni dei tre elementi a, b e c più le triplette aaa, bbb, ccc . Sia A_i l'evento “l' i -esima posizione è occupata dalla lettera a ”, $i = 1, 2, 3$. Gli eventi $A_i, i = 1, 2, 3$ sono indipendenti ?
3. Nanni e Roberto decidono di andare assieme al cinema. La probabilità che Nanni arrivi in orario al cinema è pari a 0,7. Roberto arriverà in ritardo, con probabilità 0,9, solo se la sua bicicletta si rompe. Quest'ultimo evento ha probabilità 0,1. Con che probabilità Nanni e Roberto arriveranno entrambi in ritardo?
4. Nell'alfabeto *Morse* i simboli \cdot e $-$ sono in proporzione di 3:4. Si supponga di trasmettere un segnale lungo una linea disturbata in modo tale che i simboli \cdot e $-$ vengano ricevuti scambiati con probabilità $1/8$. Se si riceve il simbolo \cdot , con che probabilità è stato realmente inviato il \cdot ?
5. Cinque scatole di dischi magnetici sono numerate con le cifre 1, 2, \dots , 5. Di 10 dischi, la i -esima scatola ne contiene i danneggiati e $10-i$ interi. Si sceglie una scatola a caso e, senza poterne leggere il numero che la identifica, se ne estrae un disco. Con che probabilità il disco è difettoso? Constatando che il disco estratto è difettoso, con che probabilità proviene dalla i -esima scatola?
6. Si supponga di avere tre scatole contenenti rispettivamente: due monete da 1 Euro, una da 1 e una da 5 Euro e due da 5 Euro. Si sceglie a caso una scatola e se ne estrae, in modo equiprobabile, una delle due monete che risulta essere da 1 Euro. Qual'è la probabilità che la moneta non estratta sia da 1 Euro? Si rimette nella scatola la moneta estratta e si estrae di nuovo una moneta da tale scatola. Risulta essere ancora una volta da 1 Euro. Con che probabilità la moneta rimasta nella scatola è da 1 Euro?
7. Una linea di produzione produce pezzi che risultano essere difettosi con probabilità p . Ogni pezzo viene sottoposto ad un collaudo automatizzato tramite una macchina che scarta il pezzo ispezionato con probabilità p_1 (se esso è difettoso) e con probabilità p_2 (quando il pezzo è in realtà non difettoso). Calcolare la probabilità che un pezzo scelto a caso venga scartato dalla macchina e quella che un pezzo scartato lo sia effettivamente. Si ponga poi: $p = 1/10000, p_1 = 0,98, p_2 = 0,02$ e si commentino i risultati ottenuti.